

المرجح في المستوى للسنة الثانية ثانوي الشعب: عتجت رياريا

مرجح نقطتين:

إذا كانت A و B نقطتين متميزتين من المستوى، α و β عددين حقيقيين حيث: $\alpha + \beta \neq 0$ فتوجد نقطة وحيدة G حيث: $\alpha \vec{GA} + \beta \vec{GB} = \vec{0}$ تسمى النقطة G بمرجح الجملة $\{(A, \alpha), (B, \beta)\}$ وتحقق: $\vec{AG} = \frac{\beta}{\alpha + \beta} \vec{AB}$.

إذا كان: $\alpha = \beta$ مع $\alpha \neq 0$ فإن G تسمى بمركز المسافتين المتساويتين للنقطتين A و B وهي منتصف [AB].

إذا كانت G مرجح الجملة $\{(A, \alpha), (B, \beta)\}$.

فإن من أجل كل نقطة M لدينا: $\alpha \vec{MA} + \beta \vec{MB} = (\alpha + \beta) \vec{MG}$.

فإن G تقع على المستقيم (AB). ولدينا: إذا كان $\alpha, \beta > 0$ فإن $G \in [AB]$.

إذا كان $\alpha, \beta < 0$ فإن $G \notin [AB]$.

فإن إحداثيي G هي: $X_G = \frac{\alpha X_A + \beta X_B}{\alpha + \beta}$ و $Y_G = \frac{\alpha Y_A + \beta Y_B}{\alpha + \beta}$.

مرجح ثلاث نقط:

إذا كانت A و B و C نقط متميزة من المستوى، α و β و γ أعداد حقيقية حيث: $\alpha + \beta + \gamma \neq 0$ فتوجد نقطة وحيدة G حيث: $\alpha \vec{GA} + \beta \vec{GB} + \gamma \vec{GC} = \vec{0}$ تسمى النقطة G بمرجح الجملة $\{(A, \alpha), (B, \beta), (C, \gamma)\}$.

إذا كان: $\alpha = \beta = \gamma$ مع $\alpha \neq 0$ فإن G تسمى بمركز المسافات المتساوية للنقط A و B و C. وإذا كانت النقاط ليست على إستقامة فإن G تسمى بمركز ثقل المثلث ABC.

➤ إذا كانت G مرجح الجملة $\{(A, \alpha), (B, \beta), (C, \gamma)\}$

فإن من أجل كل نقطة M لدينا: $\alpha \vec{MA} + \beta \vec{MB} + \gamma \vec{MC} = (\alpha + \beta + \gamma) \vec{MG}$ ✚

إذا كان G مرجح الجملة $\{(A, \alpha), (B, \beta), (C, \gamma)\}$ وكان $\alpha + \beta \neq 0$ فإن D مرجح الجملة $\{(A, \alpha), (B, \beta)\}$ وتصبح G مرجح الجملة $\{(D, \alpha + \beta), (C, \gamma)\}$.

فإن إحداثيي G هي: $X_G = \frac{\alpha X_A + \beta X_B + \gamma X_C}{\alpha + \beta + \gamma}$ و $Y_G = \frac{\alpha Y_A + \beta Y_B + \gamma Y_C}{\alpha + \beta + \gamma}$.

تمارين

التمرين رقم 01: A و B نقطتين متميزتين من المستوى. بين أنه توجد نقطة G مرجح الجملة $\{(A, 2), (B, 3)\}$ عبر عن \vec{AG} بدلالة \vec{AB} . مثل النقطة G.

التمرين رقم 02: نفس الأسئلة من أجل G مرجح الجملة $\{(A, -4), (B, 7)\}$.

التمرين رقم 03: لتكن A و B و C نقط متميزة ليست على إستقامة.

تحقق وجود مرجح للجملة $\{(A, 2), (B, -3), (C, 4)\}$. عبر عن \overrightarrow{AG} بدلالة \overrightarrow{AB} و \overrightarrow{AC} ، مثل G .
التمرين رقم 04: ABC مثلث متقايس الأضلاع. عين المجموعة Ω للنقط M من المستوي حيث:

$$(a) \quad \|\overrightarrow{MA} - 2\overrightarrow{MB}\| = MC \quad B \in \Omega \text{ تحقق من أن}$$

$$(b) \quad \|\overrightarrow{MA} - 4\overrightarrow{MC}\| = \|\overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MC}\| \quad C \in \Omega \text{ تحقق من أن}$$

التمرين رقم 05: المستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$ ، نعتبر النقط

$$A(-1, 2) \text{ و } B(2, -2) \text{ و } C(0, 3)$$

(1) بين أنه توجد نقطة G مرجح الجملة $\{(A, 2), (B, 1), (C, -1)\}$.

(2) عبر عن \overrightarrow{OG} بدلالة \overrightarrow{OA} ، \overrightarrow{OB} ، \overrightarrow{OC} ، ما هي إحداثيي النقطة G ؟

التمرين رقم 06: المستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$ ، نعتبر النقطتين

$$A(-1, 1) \text{ و } B(3, 3). \text{ لتكن } I \text{ منتصف } [AB] \text{ و } J \text{ نظيرة } I \text{ بالنسبة إلى } B.$$

(1) أحسب إحداثيي النقطتين I و J .

(2) ليكن G مرجح الجملة $\{(A, 1), (J, 4)\}$ و H مرجح الجملة $\{(I, 2), (B, 3)\}$

عين إحداثيي النقطتين G و H .

(3) بين أن B هي منتصف القطعة المستقيمة $[GH]$.

التمرين رقم 07: ABC مثلث. بين أن مجموعة النقط M من المستوي التي تحقق:

$$\|\overrightarrow{MA} - 3\overrightarrow{MB} + 4\overrightarrow{MC}\| = 8 \text{ هي دائرة يطلب تعيين مركزها ونصف قطرها.}$$

التمرين رقم 08: A, B, C ثلاث نقط من المستوي

(1) أنشئ النقطة G مرجح النقط A, B, C المرفقة بالمعاملات $-1, 1, 2$ على الترتيب.

(2) أنشئ النقطة H مرجح النقط A, B, C المرفقة بالمعاملات $-5, -1, 4$ على الترتيب.

(3) ليكن الشعاعان: $\vec{U} = -\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MC}$ و $\vec{V} = -5\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} + 4\overrightarrow{MC}$.

أكتب \vec{U} بدلالة \overrightarrow{MG} و \vec{V} بدلالة \overrightarrow{MH} ثم استنتج مجموعة النقط M التي تحقق: $\|\vec{U}\| = \|\vec{V}\|$.

التمرين رقم 08: $ABCD$ مربع

(1) جد قيمة العدد الحقيقي α حتى يكون G مرجح الجملة $\{(A, 1), (B, 2), (C, 1), (D, \alpha)\}$

هو مركز المربع $ABCD$.

(2) جد قيمة العدد الحقيقي α حتى يكون G مركز ثقل المثلث ABC .

التمرين رقم 09: (1) أنشئ المرجح G للنقط A, B, C المرفقة بالمعاملات $2, -2, 3$ على الترتيب.

(2) برهن أن المستقيمين (CG) و (AB) متوازيين.

التمرين رقم 10: ABC مثلث.

(1) أنشئ المرجح G للجملة $\{(A, 3), (B, 3)\}$ والمرجح H للجملة $\{(C, 1), (B, 3)\}$ والنقطة F

$$\text{المعرفة بـ: } \overrightarrow{AF} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AC}$$

- (2) بين أن F هي مرجح الجملة $\{(A, 3), (C, 1)\}$.
- (3) تحقق أنه توجد نقطة E مرجح الجملة $\{(A, 3), (B, 3), (C, 1)\}$.
- (4) بين أن المستقيمات (AH), (BF), (CG) متقاطعة في النقطة E.
- التمرين رقم 11:** لتكن G مرجح النقط A, B, C المرفقة بالمعاملات 1, 3, -2 على الترتيب، ولتكن H مرجح النقط A, B, C المرفقة بالمعاملات 5, -3, 2 على الترتيب.
- (1) عبر عن \overrightarrow{AG} و \overrightarrow{AH} بدلالة \overrightarrow{AB} و \overrightarrow{AC} .
- (2) استنتج أن النقط A, H, G في استقامة.

التمرين رقم 12: المستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$ ، نعتبر النقط $A(2, 1)$ و $B(-1, 3)$ و $C(-2, -2)$.

- (1) عين إحداثيي النقطة G مركز ثقل المثلث ABC.
- (2) عين إحداثيي النقطة H مرجح الجملة $\{(A, -3), (B, 2), (C, 4)\}$.
- (3) عين إحداثيي النقطة D حتى تكون النقطة A مرجح الجملة $\{(D, 5), (C, -3), (B, 1)\}$.
- التمرين رقم 13:** (1) أنشئ مثلثا ABC حيث: $BC=4, AC=8, AB=6$.

- (2) عين و أنشئ النقطة G مرجح الجملة $\{(A, 4), (B, 2), (C, 2)\}$.
- (3) عين و أنشئ مجموعة النقط M بحيث: $\|4\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MC}\| = 4\|\overrightarrow{BC}\|$.
- (4) عين و أنشئ مجموعة النقط N بحيث: $\|4\overrightarrow{NA} + 2\overrightarrow{NB} + 2\overrightarrow{NC}\| = 4\|\overrightarrow{NB} + \overrightarrow{NC}\|$.
- التمرين رقم 14:** ننسب المستوي إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$ ، نعتبر النقط $A(1; 5)$, $B(2; 3)$, $C(4; 4)$ من هذا المستوي.

- (1) عين G_α مرجح الجملة $\{(A, 1), (B, \alpha + 1), (C, -\alpha + 3)\}$ حيث α عدد حقيقي.
- (2) عين مجموعة النقط G_α لما α يمسح المجموعة \mathbb{R} .
- (3) عين قيمة α حتى تكون G_α منطبقة على النقطة D حيث $D(1; 3)$.
- (4) نضع $\alpha=5$. عين مجموعة النقط M بحيث: $MA^2 + 6MB^2 - 2MC^2 = 25$.

- التمرين رقم 15:** لتكن A و B و C نقط متمايزة ليست على استقامة.
- نرفق بكل عدد حقيقي α النقطة G_α مرجح الجملة $\{(A, \alpha + 1), (B, \alpha - 1), (C, 1)\}$.
- (1) عين النقطة G_α بواسطة مساواة شعاعية.
- (2) أنشئ النقطة G_α في حالة: $\alpha=3$.

- (3) ننسب المستوي إلى المعلم $(A; \overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AC})$ عين بدلالة α إحداثيي النقطة G_α في هذا المعلم.
- عين مجموعة النقط G_α لما يتغير α في المجموعة \mathbb{R} .
- (4) نعتبر $\alpha=3$. عين حسب قيم الوسيط الحقيقي m مجموعة النقط N من المستوي التي تحقق:
- $$4NA^2 - 2NB^2 + NC^2 = m$$

بالتوفيق والسداد