

اختبار الفصل الثاني في مادة الرياضيات

-الموضوع الأول-

التمرين الأول:

في المستوي المركب المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس (O, \vec{i}, \vec{j}) (وحدة الرسم 5cm) نضع $z_0 = 2$ ومن أجل كل عدد طبيعي n :

$$z_{n+1} = \frac{1+i}{2} z_n$$

ولتكن A_n نقطة من المستوي لاحققتها z_n .

1. أحسب z_1 ، z_2 ، z_3 ، و z_4 . تحقق من أن z_4 عدد حقيقي.

ثم أكتب كل من الأعداد z_1 ، z_2 ، z_3 على الشكل الأسّي .

أنشئ النقاط A_0 ، A_1 ، A_2 ، A_3 و A_4 على ورقة الإجابة.

2. من أجل كل عدد طبيعي n نضع : $u_n = |z_n|$

• أثبت أن (u_n) متتالية هندسية ثم استنتج من أجل كل عدد طبيعي n :

$$u_n = 2 \left(\frac{1}{\sqrt{2}} \right)^n$$

3. ابتداءً من أي رتبة n_0 تكون كل النقاط A_n تنتمي إلى القرص الذي مركزه O ونصف قطره 0.1 ؟

4. (أ) تحقق أن من أجل كل عدد طبيعي n : $\frac{z_{n+1} - z_n}{z_{n+1}} = i$

• استنتج طبيعة المثلث $OA_n A_{n+1}$.

(ب) من أجل كل عدد طبيعي نضع L_n طول الخط المنكسر $A_0 A_1 A_2 \dots A_{n-1} A_n$ ولدينا :

$$L_n = A_0 A_1 + A_1 A_2 + \dots + A_{n-1} A_n$$

أكتب L_n بدلالة n . ماهي نهاية (L_n) .

التمرين الثاني:

1. f دالة معرفة على \mathbb{R} كمايلي: $f(x) = x + 2 - e^{\frac{x}{2}}$

ونرمز بـ (C) المنحنى الممثل للدالة f في المستوي المنسوب

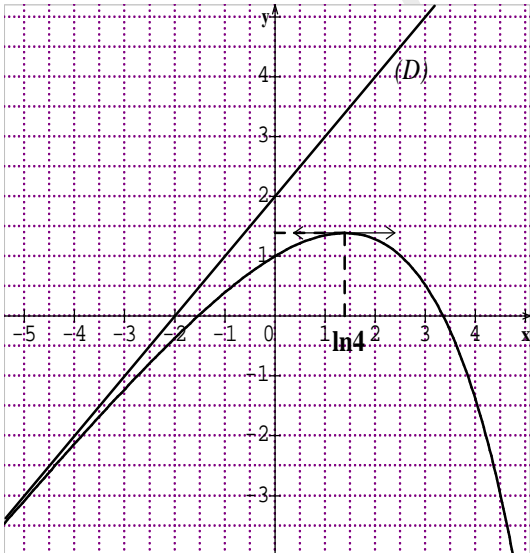
إلى المعلم المتعامد والمتجانس (O, \vec{i}, \vec{j}) . أنظر إلى الشكل

(أ) بقراءة بيانها أوجد نهايات الدالة f عند $-\infty$ و $+\infty$.

(ب) عين معادلة للمستقيم (D) .

(ج) تحقق بالحساب أن (D) هومستقيم مقارب مائل للمنحنى (C) .

(د) شكل جدول تغيرات الدالة f .



2. نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة على \mathbb{N} بالعلاقة التراجعية:

$$\begin{cases} u_0 = 0 \\ u_{n+1} = f(u_n) \end{cases}$$

(أ) أعد رسم المنحنى (C) ثم أنشئ المستقيم ذوالمعادلة $y = x$ في نفس المعلم. مثل الحدود u_0, u_1, u_2, u_3 مع ترك أثر الرسم على الورقة.

ماهو تخمينك حول اتجاه تغير (u_n) وتقاربها؟

(ج) أثبت بالتراجع من أجل كل عدد طبيعي n : $0 \leq u_n \leq \ln 4$.

(د) أدرس تغيرات المتتالية (u_n) .

(هـ) لماذا (u_n) متقاربة؟ ما هي نهايتها؟

التمرين الثالث:

نعتبر f الدالة المعرفة على المجال $[0; +\infty[$:

$$\begin{cases} f(0) = 1 \\ f(x) = \frac{1}{2}x^2(3 - 2\ln x) + 1 \quad x > 0 \end{cases}$$

ونرمز (C) المنحنى الممثل للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس (O, \vec{i}, \vec{j}) .
الجزء الأول:

1. (أ) أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$. ماذا تستنتج بالنسبة للدالة f ؟

(أحسب نهاية f عند $+\infty$.

2. (أ) أدرس قابلية اشتقاق الدالة f عند 0 .

(أثبت أن الدالة f قابلة للاشتقاق على $[0; +\infty[$.

ثم أحسب $f'(x)$ من أجل $x > 0$ حيث f' هي الدالة المشتقة الأولى للدالة f .

3. أدرس تغيرات الدالة f على $[0; +\infty[$ ، ثم شكل جدول تغيراتها .

4. أثبت أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حل وحيد على المجال $[0; +\infty[$.

الجزء الثاني:

1. عين معادلة المماس Δ للمنحنى (C) عند النقطة ذات الفاصلة $x_0 = 1$.

2. نعتبر الدالة g المعرفة على $[0; +\infty[$ كما يلي :

$$g(x) = f(x) - 2x - \frac{1}{2}$$

(أ) أحسب $g'(x)$ ثم $g''(x)$ حيث g' و g'' تمثلان على الترتيب المشتقة الأولى والثانية للدالة

g .

• أدرس تغيرات الدالة g' . استنتج إشارة $g'(x)$ على $[0; +\infty[$.

(أدرس تغيرات الدالة g .

• استنتج وضعية المنحنى (C) بالنسبة للمماس Δ .

3. أنشئ المنحنى (C) و المماس Δ (الوحدة $2cm$) .

انتهى ... بالتوفيق.



www.mathsacademy.net