

**التمرين الأول (2نقط):** المستوي المركب المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس  $(O, \vec{i}, \vec{j})$  نعتبر النقط A, B, C و

لواحقها على الترتيب  $1+i$  و  $3+2i$  و  $2i$

(1) مثل النقط A, B, C في المعلم  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ .

(2) عين لاحقة النقطة G مركز ثقل المثلث ABC

(3) عين لاحقة النقطة D حتى يكون الرباعي ABCD متوازي الأضلاع

**التمرين الثاني (4نقط):** في كل سؤال عين الإجابة الصحيحة مع التبرير

الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس  $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$  نعتبر النقطتين  $A(3;1;3)$  و  $B(-6;2;1)$

و المستوي (P) ذو المعادلة:  $x+2y+2z=5$

(1) مجموعة النقط M من الفضاء بحيث  $\|4\vec{MA} - \vec{MB}\| = 2$  هي:

(أ) مستوي من الفضاء . (ب) سطح كرة . (ج) مجموعة خالية.

(2) احداثيات النقطة H المسقط العمودي لـ A على (P) هي:

(أ)  $(\frac{11}{3}, \frac{1}{3}, \frac{1}{3})$  (ب)  $(\frac{8}{3}, \frac{1}{3}, \frac{7}{3})$  (ج)  $(\frac{7}{3}, -\frac{1}{3}, \frac{5}{3})$

(3) سطح الكرة ذو المركز B ونصف القطر 1 :

(أ) يقطع المستوي (P) في دائرة . (ب) مماس للمستوي (P). (ج) لا يقطع المستوي (P).

(4) نعتبر (d) مستقيم من الفضاء يمر بـ A وشعاعه التوجيه  $\vec{u}(1;2;-1)$  و (d') مستقيم معرف كما يلي:

$$\begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = 3 + t \\ z = t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$$

المستقيمان (d) و (d') هما :

(أ) من نفس المستوي ومتوازيان. (ب) من نفس المستوي ومتقاطعان . (ج) ليس من نفس المستوي.

**التمرين الثالث (8نقط):** f دالة للمتغير الحقيقي  $\chi$  والمعرفة على  $\mathbb{R}^*$  كما يلي:  $f(x) = \frac{1}{2} \left( x + \frac{2}{x} \right)$

(1) أثبت أنه من أجل كل عدد حقيقي غير معدوم  $\chi$  :  $f'(x) = \frac{(x-\sqrt{2})(x+\sqrt{2})}{2x^2}$

استنتج أن الدالة f متزايدة تماما على المجموعة:  $]-\infty; -\sqrt{2}] \cup [\sqrt{2}; +\infty[$

(2) لتكن  $(u_n)$  متتالية معرفة على  $\mathbb{N}$  كالآتي:  $\begin{cases} u_0 = \frac{3}{2} \\ u_{n+1} = f(u_n) \end{cases}$

$$u_{n+1} < u_n \quad (2) \quad \sqrt{2} < u_n \leq \frac{3}{2} \quad (أ) \text{ أثبت بالتراجع من أجل كل عدد طبيعي } n: 1$$

• ثم استنتج أن  $(u_n)$  متقاربة.

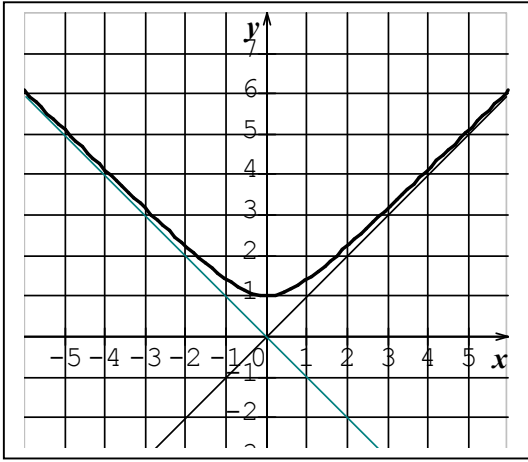
$$u_{n+1} - \sqrt{2} < \frac{1}{2}(u_n - \sqrt{2}) \quad (ب) \text{ أثبت أنه من أجل كل عدد طبيعي } n:$$

(ج) استنتج بالتراجع من أجل كل عدد طبيعي  $n:$

$$0 < u_n - \sqrt{2} \leq \left(\frac{1}{2}\right)^n (u_0 - \sqrt{2})$$

(د) استنتج نهاية  $(u_n)$ .

**التمرين الرابع (6نقط):** لتكن الدالة  $f$  للمتغير الحقيقي  $x$  والمعرفة على  $\mathbb{R}$  كما يلي:  $f(x) = \sqrt{x^2 + 1}$



وفي الشكل المقابل تمثيلها البياني  $(C_f)$  في المستوي المنسوب

إلى معلم متعامد ومتجانس  $(O; \vec{i}; \vec{j})$

(1) بأستعمال المنحني: خمن مايلي

(أ) نهايات الدالة  $f$  على أطراف مجال التعريف.

(ب) معادلة محور التناظر للمنحني  $(C_f)$

(ج) عين المستقيمان المقاربان للمنحني  $(C_f)$ .

(2) إثبات التخمين:

(أ) أحسب النهايات الدالة عند  $+\infty$  و  $-\infty$

(ب) أثبت أن  $(C_f)$  يقبل محور تناظر يطلب تعيين معادلته.

(ج) تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي  $x$ :

$$f(x) - x = \frac{1}{\left(x + \sqrt{x^2 + 1}\right)}$$

(د) أحسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - x)$  ماذا تستنتج؟

• بدون حساب علل وجود مستقيم مقارب مائل آخر للمنحني  $(C_f)$ .

(3) نعتبر الدالة  $g$  للمتغير الحقيقي  $x$  والمعرفة على  $\mathbb{R}$  كما يلي:

$$\begin{cases} g(x) = f(x) & x \geq 0 \\ g(x) = x + 1 & x < 0 \end{cases}$$

• أدرس استمرارية الدالة  $g$  عند  $0$

• أنشئ المنحني  $(C_g)$  الممثل للدالة  $g$  في نفس المعلم.

انتهى والله ولي التوفيق