

**التمرين الأول:**

$$C(1, -2, 1); B(4, 0, 0); A(2, 0, 2)$$

$$D(-1, 1, 0); E(1, -1, 2)$$

1. بين أن النقط  $A, B, C$  ليست على استقامة واحدة.

2. بين أن الشعاع  $\overrightarrow{DE}$

3. عين معادلة ديكارتية  $(ABC)$ .

حل التمرين ر 23 24 210.

**التمرين الثاني:**

$$C(1, -2, -1); B(-3, 4, 2); A(-1, 2, 0)$$

1. بين أن النقط  $A, B, C$  تعين مستو.

2. عين الشعاع الناظمي للمستوي  $(ABC)$ .

3. عين معادلة للمستوي  $(ABC)$ .

4. أحسب المسافة بين  $D(1, 2, -1)$  و  $(ABC)$ .

عين معادلة للمستوي  $(P)$  الذي يشمل  $D(1, 2, -1)$  و يوازي

$(ABC)$ .

**التمرين الثالث:** تعطى النقط  $A(1, -1, 0)$ ،  $B(2, 3, -4)$  و

$$C(-3, 0, 1)$$

مثال توضيحي:

1. تحقق أن النقط  $A, B, C$  ليست في استقامة.

2. عين معادلة ديكارتية للمستوي  $(ABC)$ .

**التمرين الرابع:**

نعتبر النقط  $A(1, 0, -1)$ ،  $B(2, 2, 3)$ ،

$$C(3, 1, -2)$$
 و  $D(-4, 2, 1)$

1. اثبت أن المثلث  $ABC$  قائم ثم أحسب مساحته.

2. أ) بين أن الشعاع  $\vec{n}(2, -3, 1)$  ناظمي للمستوي  $(ABC)$

ب) استنتج معادلة ديكارتية للمستوي  $(ABC)$ .

3. عين بعد النقط  $D$  عن المستوي  $(ABC)$ ، ثم أحسب حجم رباعي الوجوه

$DABC$ .

**التمرين الخامس:**  $(P)$   $(P')$  مستويان من الفضاء معادلتيهما

$$x + y + z = 0 \quad x + y - 2z - 1 = 0$$

1. بين أن المستويان  $(P)$   $(P')$  متعامدان.

2. أحسب المسافة بين  $A(2, 1, 2)$  وكل من  $(P)$   $(P')$ .

3. استنتج المسافة بين  $A$  والمستقيم  $(d)$  تقاطع المستويين  $(P)$

$(P')$ .

**التمرين السادس:**

1. عين معادلة لسطح الكرة  $(S)$  ذات المركز  $I(0, 1, -1)$  ونصف قطرها 2.

2. عين معادلة لسطح الكرة  $(S')$  ذات القطر  $[AB]$ . حيث

$$B(1, -6, -1); A(-1, 2, 1)$$

3. عين معادلة المستوي  $(P)$  المماس لسطح الكرة  $(S')$  في النقطه

$A$ .

**التمرين السابع:**

1. عين تمثيلا وسيطيا للمستقيم  $(d)$  الذي يشمل  $A(-3, 1, 4)$

$$\vec{u}(-1, 3, 2)$$
 شعاع توجيهه

2. عين تمثيلا وسيطيا للمستقيم  $(BC)$  مع  $B(2, 3, -4)$  و

$$C(-3, 0, 1)$$

3. عين نقطه تقاطع المستقيم  $(d)$  مع المستوي  $(O, \vec{i}, \vec{k})$ .

4. عين نقط تقاطع  $(d)$  مع المستوي  $(P)$  الذي معادلته

$$x + y + z - 6 = 0$$

**التمرين الثامن:**  $(d)$  و  $(d')$  مستقيمان حيث:

$$(d) \begin{cases} x = -11 + 2t \\ y = 10 - 2t \\ z = 4 + t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R}) \quad (d') \begin{cases} x = 5 + 3t' \\ y = 2 + t' \\ z = 1 - 4t' \end{cases} \quad (t' \in \mathbb{R})$$

1. بين أن المستقيمان  $(d)$  و  $(d')$  متقاطعان في نقطه وحيدة يطلب

تعيين احداثياتها.

2. عين معادلة ديكارتية للمستوي  $(P)$  الذي يشمل  $(d)$  و  $(d')$ .

**التمرين التاسع:**

$(d)$  و  $(d')$  مستقيمان حيث:

$$(d') \begin{cases} x = t' \\ y = -3 - 3t' \\ z = 1 - t' \end{cases} \quad (t' \in \mathbb{R}) \quad (d) \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 - 3t \\ z = 3 - 3t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$$

رس الوضع النسبي للمستقيمين  $(d)$   $(d')$ .

**التمرين العاشر:**

$(d)$  و  $(d')$  مستقيمان حيث:

$$(d') \begin{cases} x = -2 - \frac{1}{3}t' \\ y = 3 + \frac{2}{3}t' \\ z = \frac{1}{2} - \frac{1}{2}t' \end{cases} \quad (t' \in \mathbb{R}) \quad (d) \begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = 1 - 4t \\ z = 2 + 3t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$$

1. أدرس الوضعية النسبية لكل من  $(d)$   $(d')$ .

2. عين معادلة للمستوي الذي يشمل المستقيمان  $(d)$  و  $(d')$ .

نكن  $A(-1; 2; 0)$  نقطة من  $(ABC)$  إذن  $d = 0$   
 $3(-1) + 2 + 2(0) + d = 0 ; d = 1 = 0$

$(ABC): 3x + y + 2z + 1 = 0$

$(ABC)$  دالة  $D(1; 2; 1)$

$d(D, (ABC)) = \frac{|ax_0 + by_0 + cz_0 + d|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}$   
 $d(D, (ABC)) = \frac{|3(1) + 2 + 2(1) + 1|}{\sqrt{3^2 + 1^2 + 2^2}} = \frac{4}{\sqrt{14}}$   
 $d(D, (ABC)) = \frac{2\sqrt{14}}{7}$

$AB \perp AC$  :  $A$  في  $ABC$  :  $\vec{AB} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix}$  ;  $\vec{AC} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$   
 $\vec{AB} \cdot \vec{AC} = 2 + 2 - 4 = 0$   
 $S_{ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot AC = \frac{1}{2} \sqrt{6} \cdot \sqrt{21}$   
 $S_{ABC} = \frac{3}{2} \sqrt{14}$   
 $AB = \sqrt{1^2 + 2^2 + 4^2} = \sqrt{21}$   
 $AC = \sqrt{6}$

$\vec{n} \perp AB$  ;  $\vec{n} \perp AC$   
 $\vec{n} \cdot \vec{AB} = 0$  ;  $\vec{n} \cdot \vec{AC} = 0$   
 $2x - 3y + z + d = 0$  :  $(ABC)$  دالة  
 $2(1) - 3(0) - 1 + d = 0$  :  $AC(ABC)$  دالة  
 $d = -1$

$(ABC): 2x - 3y + z - 1 = 0$

3. حيز، باي الوجود  $DABC$

$V_{DABC} = \frac{1}{3} S_{ABC} \cdot h$   
 $h = d(D, (ABC)) = \frac{|2(-1) - 3(2) + 1 - 1|}{\sqrt{2^2 + 3^2 + 1^2}} = \frac{14}{\sqrt{14}}$   
 $h = \sqrt{14}$

$V_{DABC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{3}{2} \sqrt{14} \cdot \sqrt{14}$   
 $V_{DABC} = 7$

المركب الأول :  $AB \perp AC$  ان المثلث  $ABC$  قائم الزاوية في  $A$  :  $AB \perp AC$  :  $\vec{AB} \cdot \vec{AC} = 0$

$\vec{AC} = \begin{pmatrix} -1 \\ -2 \\ -1 \end{pmatrix}$  ;  $\vec{AB} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$   
 $\vec{AC} = k \vec{AB}$  :  $k$  من  $k$   
 $\begin{cases} -1 = 2k \\ -2 = k \\ -1 = -2k \end{cases}$  (لا يمكن)

ان  $AB$  و  $AC$  غير مرتبطان خطيا  
 المثلث  $ABC$  قائم الزاوية في  $A$  :  $AB \perp AC$   
 $\vec{AB} \perp \vec{DE}$  ;  $\vec{AC} \perp \vec{DE}$  :  $DE$  دالة  $(ABC)$   
 $\vec{DE} = \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \\ 2 \end{pmatrix}$  :  $DE$  دالة

$\vec{AB} \cdot \vec{DE} = 0$  ;  $\vec{AC} \cdot \vec{DE} = 0$   
 $DE$  دالة  $(ABC)$

$(ABC): 2x - 2y + 2z + d = 0$   
 $2(4) - 0 + 0 + d = 0$  :  $BC(ABC)$  دالة  
 $d = -8$   
 $(ABC): 2x - 2y + 2z - 8 = 0$

$(P): x - y + 0z + d = 0$  ;  $\vec{n} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$   
 $d = -1$  :  $AE(P)$  دالة  
 $(P): x - y + 1 = 0$

المركب الثاني :  $A, B, C$  دالة  
 $\vec{AB} = \begin{pmatrix} -2 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix}$  ;  $\vec{AC} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$   
 $\vec{AB} \cdot \vec{AC} = -4 + 2 - 2 = -4 \neq 0$   
 $AB$  و  $AC$  غير مرتبطان خطيا

$(ABC)$  دالة  
 $\vec{n} \cdot \vec{AB} = 0$  ;  $\vec{n} \cdot \vec{AC} = 0$   
 $\vec{n} = \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}$   
 $\begin{cases} -2a + 2b + 2c = 0 \\ 2a - 4b - c = 0 \end{cases}$

$c = 2b$   
 $-2a + 2b + 2(2b) = 0$  :  $-2a + 6b = 0$   
 $2a = 6b$  :  $a = 3b$

$a = 3$  ;  $b = 1$  ;  $c = 2$   
 $(ABC)$  دالة  $\vec{n} = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$

$3x + y + 2z + d = 0$  :  $(ABC)$  دالة

