**الجزء1** : نعتبر الدالة $f$ المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي:

$$f(x)=(2x+1)e^{-2x}$$

$$\lim_{x\to+\infty} f(x)=\lim_{x\to+\infty}(2x+1)e^{-2x}=\lim_{x\to+\infty}2xe^{-2x}+e^{-2x}$$

$$=\lim_{x\to+\infty}2\frac{x}{e^{2x}}+\frac{1}{e^{2x}}=0$$ لأن $\left(\lim_{x\to+\infty}\frac{x}{e^{2x}}=0\right)$

يمان $\lim_{x\to+\infty} f(x)=0$ فإن $(C)$ يقبل حامل محور الفواصل كمستقيم مقارب $(y=0)$

ب- **حساب نهاية $f$ عند** $-\infty$.

$$\lim_{x\to-\infty} f(x)=-\infty$$

لأن

$\lim_{x\to-\infty}(2x+1)=-\infty$ ،

$$\lim_{x\to-\infty} e^{-2x}=\lim_{x\to-\infty}\frac{1}{e^{2x}}=+\infty$$

---

**حساب** $f'(x)$ : $f$ قابلة للإشتقاق على $\mathbb{R}$ و $f'(x)=-4xe^{-2x}$

$f'(x)=0$ معناه $x=0$

و اشارة $f'(x)$ من اشارة $-4x$

$-\infty \quad + \quad 0 \quad - \quad +\infty$

ومنه $f$ دالة متزايدة تماما على $]-\infty;0]$ و متناقصة تماماعلى $[0;+\infty[$

| $x$ | $-\infty$ | | $0$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | | $+$ | $0$ | $-$ | |
| $f(x)$ | $-\infty$ | $\nearrow$ | $1$ | $\searrow$ | $0$ |

4.أ/ننحل المعادلة $f(x)=0$

$f(x)=0$ . ومنه $(2x+1)e^{-2x}=0$

اذن $x=-\frac{1}{2}$ ومنه $A\left(-\frac{1}{2};0\right)$

/ اشارة $f(x)$ من اشارة $2x+1$:

| $x$ | $-\infty$ | | $-\frac{1}{2}$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| | | $-$ | | $+$ | |

**الجزء2:.أ–** $f$ قابلة للإشتقاق مرتين على $\mathbb{R}$ :

$$f''(x)=-4\left(xe^{-2x}\right)'=-4\left(e^{-2x}-2xe^{-2x}\right)=-4(1-2x)e^{-2x}$$

و منه $f''(x)=4(2x-1)e^{-2x}$

ب– حل المعادلة $f''(x)=0$ معناه $2x-1=0$ معناه $x=\frac{1}{2}$

2.معادلة المماس $T$ للمنحني $(C)$ عند $B$ : $T:y=f'\left(\frac{1}{2}\right)\left(x-\frac{1}{2}\right)+f\left(\frac{1}{2}\right)$

$$T:y=-\frac{2}{e}x+\frac{3}{e}$$

3. أ– عين $g'(x)$ و $g''(x)$: $g$ قابلة للإشتقاق مرتين على $\mathbb{R}$

$g(x)=f(x)-\left(-\frac{2}{e}x+\frac{3}{e}\right)$ ومنه $g'(x)=f'(x)+\frac{2}{e}$

و لدينا $g''(x)=f''(x)\ =4(2x-1)e^{-2x}$

**ب-ادرس إشارة $g''(x)$ حسب قيم x :**

/ اشارة $g''(x)$ من اشارة **$: 2x-1$**

$-\infty \quad - \quad \frac{1}{2} \quad + \quad +\infty$

ومنه $g'$ دالة متزايدة تماما على $\left[\frac{1}{2};+\infty\right[$ ، $g'$ متناقصة تماما على $\left]-\infty;\frac{1}{2}\right]$

**ج- إشارة $g'(x)$ :**

من جدول تغيرات $g'$

| $x$ | $-\infty$ | | $\frac{1}{2}$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $g''(x)$ | | $-$ | 0 | $+$ | |
| $g'(x)$ | | $\searrow$ | 0 | $\nearrow$ | |

لدينا من أجل كل عدد حقيقي من : $g'(x)\geq 0$

و $g'(x)=0$ من أجل $x=\frac{1}{2}$

ومنه الدالة $g$ متزايدة على $\mathbb{R}$

| $x$ | $-\infty$ | | $\frac{1}{2}$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $g'(x)$ | | $+$ | $0$ | $+$ | |
| $g(x)$ | | $\nearrow$ | $0$ | $\nearrow$ | |

د- إشارة $g(x)$ من جدول تغيرات $g$

| $-\infty$ | | $\frac{1}{2}$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|
| | $-$ | | $+$ | |

.استنتج وضعية المنحني $(C)$ بالنسبة للمماس $T$ . اشارة $f(x)-\left(-\frac{2}{e}x+\frac{3}{e}\right)$ من اشارة $g(x)$ .

$(C)$ يقع أسفل $T$ من أجل $x\in\left]-\infty;\frac{1}{2}\right[$

$(C)$ يقع فوق $T$ من أجل $x\in\left]\frac{1}{2};+\infty\right[$

$(C)$ يخترق المماس $T$ في النقطة $B\left(\frac{1}{2};2e^{-1}\right)$

ملاحظة: بما أن المنحنى $(C)$ يخترق المماس $T$ في النقطة $B\left(\frac{1}{2};2e^{-1}\right)$ فإن النقطة $B$ هي نقطة انعطاف .