

(I) دالة معرفة على  $\mathbb{R}$  بـ  $g(x) = x + 1 + e^x$

1. ادرس تغيرات الدالة  $g$ .
2. اثبت أن المنحني الممثل لها  $(C)$  يقبل مستقيما مقاربا مائلا يطلب إعطاء معادلته.
3. بيّن أن للمعادلة  $g(x) = 0$  حلا وحيدا  $\alpha$  في المجال  $]-1.3; -1.2[$
4. استنتج إشارة  $g(x)$  على  $\mathbb{R}$ .
5. أنشئ في معلم متعامد التمثيل البياني للدالة  $g$ .

(II) لتكن الدالة  $f$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  بـ:  $f(x) = \frac{xe^x}{e^x + 1}$

$(\gamma)$  التمثيل البياني للدالة  $f$  في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$

- 1) بيّن أن:  $f'(x) = \frac{e^x \cdot g(x)}{(e^x + 1)^2}$  ثم استنتج تغيرات  $f$
  - 2) بيّن أن:  $f(\alpha) = \alpha + 1$  ثم استنتج حصرا لـ  $f(\alpha)$
  - 3) عيّن معادلة المماس  $(D)$  للمنحني  $(\gamma)$  عند النقطة ذات الفاصلة 0. ثم ادرس وضعية المنحني  $(\gamma)$  بالنسبة للمستقيم  $(D)$ .
  - 4) بيّن أن المستقيم  $(\Delta)$  الذي معادلته:  $y = x$  مقارب مائل للمنحني  $(\gamma)$  في جوار  $+\infty$
  - 5) ادرس وضعية المنحني  $(\gamma)$  بالنسبة للمستقيم  $(\Delta)$ .
- ارسم  $(\Delta)$  و  $(D)$  و  $(\gamma)$

الدالة  $g$  معرفة على  $\mathbb{R}$  بـ:  $g(x) = 2e^x + 2x - 7$

1. احسب نهايات الدالة  $g$  عند  $-\infty$  و  $+\infty$ .
2. ادرس تغيرات الدالة  $g$  على  $\mathbb{R}$ . ثم شكل جدول تغيراتها.
3. أثبت أن المعادلة  $g(x) = 0$  تقبل في  $\mathbb{R}$  حلا وحيدا  $\alpha$  بحيث:  $0,94 < \alpha < 0,941$
4. ادرس إشارة  $g(x)$  تبعا لقيم  $x$

الجزء الثاني: لتكن  $f$  دالة معرفة على  $\mathbb{R}$  بـ:  $f(x) = (2x-5)(1-e^{-x})$

- و  $(C)$  تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$ .
1. ادرس إشارة  $f$  على  $\mathbb{R}$ .
  2. احسب نهاية  $f$  عند  $-\infty$  و  $+\infty$ .
  3. احسب  $f'(x)$ . ثم تحقق أن  $f'(x)$  و  $g(x)$  من نفس الإشارة.
- شكل جدول تغيرات الدالة  $f$

4. أ) أثبت أن:  $f(\alpha) = \frac{(2\alpha-5)^2}{2\alpha-7}$

ب) ادرس تغيرات الدالة  $h$  على المجال  $]-\infty; \frac{5}{2}[$  المعرفة بـ:  $h(x) = \frac{(2x-5)^2}{2x-7}$

- استنتج حصرا لـ  $f(\alpha)$ . (حصرا  $\alpha$  معطى في الجزء الأول).
5. أثبت أن المستقيم  $(\Delta)$  ذو المعادلة  $y = 2x - 5$  مستقيم مقارب للمنحني  $(C)$  عند  $+\infty$ .

( لقبّر أ ب :  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x}{x} = 0$  )

- ادرس وضعية  $(\Delta)$  بالنسبة  $(C)$ .
- أرسم المستقيم  $(\Delta)$  و المنحني  $(C)$  في المعلم  $(O; \vec{i}, \vec{j})$  (الوحدة هي  $2cm$ ).

$$1. f \text{ دالة معرفة على } \mathbb{R} \text{ كمايلي : } \begin{cases} f(x) = \frac{xe^x}{e^x - 1} \dots\dots\dots x \neq 0 \\ f(0) = 1 \end{cases}$$

و (C) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى معلم متعامد ومتجانس  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ .  
 (أ) أحسب نهاية الدالة f عند  $-\infty$  ثم عند  $+\infty$ .  
 (ب) أثبت أن f مستمرة عند 0.

2. (أ) أثبت أن من أجل كل عدد حقيقي x :  $e^x \geq x + 1$

(ب) بين أن من أجل كل عدد حقيقي x غير معدوم:  $f'(x) = \frac{e^x g(x)}{(e^x - 1)^2}$

مع g دالة يطلب تعيينها .  
 ج) شكل جدول تغيرات الدالة f .

4. بين أن المنحنى (C) يقبل مستقيم مقارب مائل  $(\Delta)$  معادلته  $y = x$  .

3. ليكن x عدد حقيقي غير معدوم ، M ونقطتان من المنحنى (C) فاصلتاها على الترتيب x و -x .

(أ) تحقق أن  $f(-x) = \frac{x}{e^x - 1}$  . عين عندئذ العدد الحقيقي a معامل توجيه المستقيم  $(MM')$  .

(ب) افرض أن f قابلة للاشتقاق عند 0 . أحسب  $f'(0)$  .

(ج) عين معادلة المماس (T) للمنحنى (C) عند النقطة ذات الفاصلة 0.

4. أنشئ  $(\Delta)$ ، (T) والمنحنى (C) .

## أكاديمية الرياضيات

f هي الدالة المعرفة على  $\mathbb{R}$  بـ:  $f(x) = (x-1)e^x$

(C<sub>f</sub>) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$

(1) عين نهاية f عند كل من  $-\infty$  و  $+\infty$

(2) أدرس اتجاه تغير الدالة f على  $\mathbb{R}$  ثم شكل جدول تغيراتها.

(3) (أ) بين أن المعادلة  $f(x) = 1$  تقبل حلا وحيدا  $\alpha$  على  $\mathbb{R}$ ، ثم تحقق أن  $1,27 < \alpha < 1,28$

(ب) أكتب معادلة لـ (T) مماس المنحنى (C<sub>f</sub>) عند النقطة ذات الفاصلة 1 وحدد وضعية (C<sub>f</sub>) بالنسبة إلى (T)

(ج) أرسم (T) و (C<sub>f</sub>)

(4) عين قيم العدد الحقيقي m التي من أجلها تقبل المعادلة  $(x-1)e^x - (m-1)e^m = -1$  حلا واحدا في  $\mathbb{R}$

(5) h هي الدالة المعرفة على  $\mathbb{R}$  بـ:  $h(x) = (|x|+1)e^{-|x|}$  و (C<sub>h</sub>) تمثيلها البياني

(أ) بين أن الدالة h زوجية.

(ب) ارسم (C<sub>h</sub>) مستعينا بالمنحنى (C<sub>f</sub>)

(6) g دالة معرفة على  $\mathbb{R}$  بـ:  $g(x) = (ax+b)e^x$  حيث: a, b عدنان حقيقيان

عين a, b حتى يكون: من أجل كل x من  $\mathbb{R}$  :  $g'(x) = f(x)$