السلسلة الثانية في الأعداد والحساب: الموافقات –مبرهنة غوص-

3تقني رياضي+3ريا

التمرين الأول:

1. عين تبعا لقيم العدد الطبيعي n باقي قسمة 3^n على 5.
استنتج باقي قسمة 3^{4039} على 5.

التمرين الثاني:

1. عين تبعا لقيم العدد الطبيعي n باقي قسمة 3^n على 7.
2. عين باقي قسمة $9^{3n+2}+10^{1418}+3^{1999}$ على 7.

التمرين الثالث:

1) أ – أدرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الأقليدية للعدد 3^n على 10.

ب – استنتج باقي القسمة الأقليدية على 10 للعدد $\left(63\times 9^{2001}-7^{1422}\right)$.

جـ) عين رقم آحاد العدد 73^{2012}.

2) أ – برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي n يكون :
$3n\times 9^n+7^{2n+1}\equiv(n-1)3^{2n+1}[10]$.

ب – عيّن قيم العدد الطبيعي n حتى يكون :
$3n\times 9^n+7^{2n+1}\equiv 0[10]$.

التمرين الرابع:

n عدد طبيعي.

1) أدرس تبعا لقيم العدد n بواقي قسمة العدد 5^n على 7.

2) عين باقي القسمة الأقليدية للعدد 6^{2n} على 7.

3) عين قيم الطبيعي n التي يكون من أجلها العدد $\left(5^n+6^{2n}+3\right)$ قابلا للقسمة على 7.

التمرين الخامس:

نعتبر في المجموعة $\mathbb{Z}^2$ المعادلة ذات المجهول $(x;y)$: $5x-8y=3\ ...(1)$.

1. بين أن المعادلة (1) تقبل حلول في $\mathbb{Z}^2$.
2. أثبت أنه إذا كان $(x;y)$ حلا للمعادلة (1) فإن $5x\equiv 3[8]$.
3. استنتج حلول المعادلة (1).

التمرين السادس:

نعتبر في المجموعة $\mathbb{Z}^2$ المعادلة ذات المجهول $(x;y)$:
$3x-21y=78$.

1. بين أن المعادلة (E) تقبل حلول في $\mathbb{Z}^2$.

2. أ) أثبت أنه إذا كان $(x;y)$ حلا للمعادلة (E) فإن
$x\equiv 5[7]$

ب). استنتج حلول المعادلة (E).

3. أ) أدرس تبعا لقيم العدد n بواقي قسمة العدد 5^n على 7.

ب) عين الثنائيات $(x;y)$ من $\mathbb{N}^2$ التي هي حلول للمعادلة (E) و تحقق : $5^x+5^y\equiv 3[7]$.

التمرين السابع:

نعتبر في $\mathbb{Z}^2$ المعادلة الآتية :

$$5x-4y=11.........(1)$$

1) حل في المجموعة $\mathbb{Z}\times\mathbb{Z}$ المعادلة (1).

2) عين الثنائيات $(x;y)$ من $\mathbb{Z}^2$ التي هي حلول للمعادلة (1) حيث x و y يقبلان القسمة على 11.

التمرين الثامن:

1. جد القاسم المشترك الأكبر للعددين 225 و 180.
2. حل في المجموعة $\mathbb{Z}\times\mathbb{Z}$ المعادلة :
$225x-180y=90\ ...(1)$
3. عين مجموعة حلول المعادلة (1) التي تحقق:
$(x-y+1)^2\leq 900$.
4. a و b عددان طبيعيان يكتبان على الترتيب $\overline{52}$ ، $\overline{252}$ في النظام ذي الأساس α ، و يكتبان $\overline{44}$ ، $\overline{206}$ في النظام ذي الأساس β . عين α و β ثم a و b .

التمرين التاسع:

نعتبر في $\mathbb{Z}^2$ المعادلة الآتية : $20x-9y=2........(1)$

1) أ) برهن أن إذا كانت الثنائية $(x_0;y_0)$ حلا للمعادلة (1) فإن y_0 مضاعف للعدد 2.

ب) نرمز بـ d للقاسم المشترك الأكبر للعددين $|x_0|$ و $|y_0|$.

ما هي القيم الممكنة لـ d ؟

2) عين حلا خاصا للمعادلة (1) ثم عين مجموعة حلولها.

3) عين الثنائيات $(x;y)$ حلول المعادلة (1) بحيث يكون $PGCD(x,y)=2$.

4) ليكن P عدد طبيعي يكتب في النظام ذي الأساس 4 $\overline{bbaa}^{(4)}$ و يكتب في النظام ذي الأساس 6 $\overline{ca5}^{(6)}$

- برهن أن $a+5$ مضاعف للعدد 4 ثم استنتج قيمة a ثم b و c
- اكتب P في النظام العشري.

بالتوفيق و السداد

ترقبوا السلسلة الثالثة قريبا