

التمرين الأول:

باستعمال خوارزمية أقليدس عين $PGCD(a, b)$ في كل حالة

- من الحالات التالية : $a = 691$ و $b = 2007$
 أ - $a = 315$ و $b = 117$ و $a = -350$ و $b = -252$
 ب - $a = 1260$ و $b = 528$ و $a = 126$ و $b = -735$
 ج - $a = 1380$ و $b = 972$ و $a = -138$ و $b = 575$

التمرين الثاني:

(1) عين $PGCD(182, 126)$

(2) باستخدام خوارزمية أقليدس ، جد عددين صحيحين α و β ،
 يحققان : $182\alpha + 126\beta = 14$

التمرين الثالث:

أوجد ثنائية $(x; y)$ من الأعداد الصحيحة حيث أن :

$$150x + 108y = 6$$

التمرين الرابع:

عين كل الثنائيات (a, b) من الأعداد الطبيعية التي تحقق:

$$\begin{cases} a + b = 72 \\ PGCD(a, b) = 9 \end{cases} \quad (\text{ب}) \quad \begin{cases} a + b = 54 \\ PGCD(a, b) = 9 \end{cases} \quad (\text{أ})$$

$$\begin{cases} a^2 - b^2 = 825 \\ PGCD(a, b) = 5 \end{cases} \quad (\text{د}) \quad \begin{cases} ab = 360 \\ PGCD(a, b) = 6 \end{cases} \quad (\text{ج})$$

التمرين الخامس:

برهن من أجل كل عدد طبيعي n ، أن العددين a و b ،
 أوليان فيما بينهما .

$$\text{أ) } a = n + 3 \text{ و } b = 2n + 7$$

$$\text{ب) } a = 3n + 4 \text{ و } b = 8n + 11$$

$$\text{ج) } a = 7n^2 + 2 \text{ و } b = 4n^2 + 1$$

التمرين السادس:

ليكن n عدد طبيعي غير معدوم.

$$1- \text{بين أن } (2n^3 + 3n^2 + 3n + 1) \text{ يقبل القسمة على } 2n + 1$$

2. استنتج أن

$$pgcd(2n^3 + 3n^2 + 3n + 1; 2n + 1) = pgcd(2n^3 + 3n^2 + 3n + 1; 12)$$

3- بين انه توجد قيمة واحدة غير معدومة n حيث:

$$pgcd(2n^3 + 3n^2 + 3n + 1; 2n + 1) = 2n + 1$$

التمرين السابع:

(1) من أجل كل عدد طبيعي n نضع :

$$a = n^2 + 5n + 4 \text{ و } b = n^2 + 3n + 2$$

بين أن العدد $n + 1$ هو قاسم مشترك للعددين a و b .

(2) عين قيم العدد الطبيعي n التي يكون من أجلها العدد

$$n + 1 \text{ قاسما للعدد } 3n^2 + 15n + 20$$

التمرين الثامن:

n و a عددان صحيحان حيث a يقسم $n - 1$ و
 $n^2 + n + 3$.

أ- بين أن a يقسم $n^2 - 2n + 1$.

ب - استنتج أن a يقسم $3n + 2$.

ج- بين إذن أن a يقسم 5 .

د - ما هي القيم الصحيحة الممكنة للعدد a ؟

التمرين التاسع:

n عدد طبيعي .

نضع : $a = 11n + 3$ و $b = 13n - 1$.

(1) بين أن $13a - 11b = 50$.

(2) عين كل القيم الممكنة $PGCD(a; b)$.

(3) عين ثنائية $(a; b)$ بحيث يكون $PGCD(a; b) = 50$.

التمرين العاشر:

n عدد طبيعي غير معدوم .

(1) عين القيم الممكنة للعدد $PGCD(2n - 1; 9n + 4)$.

(2) برهن أنه إذا كان

$$PGCD(2n - 1; 9n + 4) = 17 \text{ فإن } 17 \text{ يقسم } n + 8$$

(3) استنتج قيم العدد الطبيعي n التي يكون من أجلها

$$PGCD(2n - 1; 9n + 4) = 17$$

التمرين الحادي عشر:

n عدد طبيعي .

نضع : $a = 5n^2 + 14n + 14$ ، $b = n + 2$ و

$$c = 5n + 3$$

(1) برهن أن b قاسم للعدد $5n^2 + 14n + 8$.

(2) استنتج أن b يقسم a معناه b يقسم 6 .

(3) عين حسب قيم العدد n ، باقي قسمة العدد a على

b ؛ ثم باقي قسمة العدد a على c .

التمرين الثاني عشر:

n عدد طبيعي .

(1) نضع : $\alpha = n^2 + n$ و $\beta = n + 2$.

أ- برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي n ،

$$PGCD(\alpha; \beta) = PGCD(n; \beta)$$

ب . استنتج القيم الممكنة للعدد $PGCD(\alpha; \beta)$.

(2) نعتبر العددين a و b حيث :

$$a = 3n^3 + 5n^2 + 2n \text{ و } b = 3n^2 + 8n + 4$$

أ- برهن أن العدد $(3n + 2)$ هو قاسم مشترك للعددين a و b

ب . استنتج ، حسب قيم n ، أن $PGCD(a; b)$ هو

$$(3n + 2) \text{ أو } 2(3n + 2)$$

ج- عين α و β علما أن $PGCD(a; b) = 41$.

بالتوفيق والسداد