

الموضوع الأول

التمرين الأول : (4 نقاط)

x عدد طبيعي أكبر من 1 و y عدد طبيعي .

A عدد طبيعي يكتب في نظام التعداد ذي الأساس x بالشكل $A = 5566$.

1) أ- أنشر العبارة $(x+1)(5x^2+6)$ ثم أوجد علاقة تربط بين x و y إذا

علمت أن $A = (5x^2+6)(2+2y)$.

ب- احسب x و y إذا علمت أن x عدد أولي أصغر من 12 ، ثم اكتب تبعا

لذلك العدد A في نظام التعداد العشري .

2) أ- عيّن الأعداد الطبيعية التي مربعاتها تقسم العدد 584 .

ب- عيّن الأعداد الطبيعية a و b حيث $a > b$ التي تحقق :
$$\begin{cases} a+b=32 \\ a^2+b^2=584 \end{cases}$$

التمرين الثاني : (5 نقاط)

كيس به 10 كريات متماثلة لا نميّز بينها عند اللمس منها 4 بيضاء و 6 حمراء .

1) نسحب عشوائيا من الكيس 3 كريات في أن واحد .

أ- احسب احتمال الحصول على 3 كريات بيضاء .

ب- احسب احتمال الحصول على الأقل على كرية حمراء .

2) ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل عملية سحب عدد الكريات البيضاء المسحوبة .

- عرف قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X واحسب أمله الرياضي $E(X)$.

3) نسحب من الكيس في أن واحد 3 كريات خمس مرات على التوالي وبارجاع .

- احسب احتمال الحصول على 3 كريات بيضاء مرتين بالضبط .

التمرين الثالث : (5 نقاط)

في الفضاء المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ ، نعتبر النقطتين $A(2; 1; 2)$ ، $B(0; 2; -1)$ والمستقيم (D) ذو التمثيل الوسيطى :

$$\begin{cases} x=2+3t \\ y=1-t \\ z=2t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$$

- 1 أ- اكتب تمثيلا وسيطيا للمستقيم (AB)
 ب- أثبت أن (D) و (AB) لا ينتميان إلى نفس المستوي .
- 2 نعتبر المستوي (P) الذي يشمل المستقيم (AB) ويوازي المستقيم (D) .
 أ- بيّن أن الشعاع $\vec{n}(1;5;1)$ عمودي على المستوي (P) .
 ب- اكتب معادلة للمستوي (P) .
 ج- بيّن أن المسافة بين نقطة M من (D) والمستوي (P) مستقلة عن موضع M .
 د- عيّن تمثيلا وسيطيا لمستقيم تقاطع المستوي (P) مع المستوي (yOz) .

التمرين الرابع : (6 نقاط)

- 1 نعرّف الدالة العددية f على المجال $[1;5]$ بالعلاقة : $f(x) = \frac{1}{2}\left(x + \frac{5}{x}\right)$
 (C) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$
 (الوحدة على المحورين 3 cm)
 أ- ادرس تغيرات الدالة f .
 ب- أنشئ المنحني (C) والمستقيم (Δ) الذي معادلته $y = x$ في نفس المعلم .
- 2 نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة على \mathbb{N} بحدّها الأول $u_0 = 5$ وبالعلاقة

$$u_{n+1} = \frac{1}{2}\left(u_n + \frac{5}{u_n}\right)$$

- أ- احسب u_1 و u_2 .
 ب- استعمل المنحني (C) والمستقيم (Δ) لتمثيل الحدود u_0 ، u_1 و u_2 على محور الفواصل .
- 3 أ- برهن أنه ، من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_n \geq \sqrt{5}$.
 ب- بيّن أن المتتالية (u_n) متناقصة تماما . ماذا تستنتج بالنسبة إلى تقارب (u_n) ؟
- 4 أ- برهن أنه ، من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1} - \sqrt{5} \leq \frac{1}{2}(u_n - \sqrt{5})$.
 ب- استنتج أن $u_n - \sqrt{5} \leq \left(\frac{1}{2}\right)^n (u_0 - \sqrt{5})$. ما هي $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$ ؟

الموضوع الثاني

التمرين الأول : (4 نقاط)

نرفق بكل عدد مركب z يختلف عن 1 العدد المركب $f(z)$ حيث $f(z) = \frac{z-i}{z-1}$

1 حل في مجموعة الأعداد المركبة \mathbb{C} المعادلة :

$$(45 + 45i)f(z) = 23 + 45i - 2z$$

2 لتكن M صورة العدد المركب z في المستوي المركب المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{u}, \vec{v})$.

أ- عيّن مجموعة النقط M بحيث يكون $f(z)$ عددا حقيقيا سالبا تماما .

ب- احسب العدد المركب z_0 بحيث يكون $|f(z_0)| = 1$ و $\arg(f(z_0)) = \frac{3\pi}{2}$

3 في المستوي المركب المنسوب إلى المعلم $(O; \vec{u}, \vec{v})$ ، نعتبر النقط A ، B و C التي لواحقها على الترتيب : 1 ، i و z_0 .

أ- ما نوع المثلث ABC ؟

ب- عيّن النقط D نظيرة النقط C بالنسبة إلى المستقيم (AB) واستنتج طبيعة الرباعي $ACBD$.

التمرين الثاني : (5 نقاط)

(u_n) المتتالية المعرفة بحدّها الأول $u_0 = 0$ ومن أجل كل عدد طبيعي n :

$$u_{n+1} = 3u_n + 2n + 1$$

(v_n) المتتالية المعرفة من أجل كل عدد طبيعي n كما يلي : $v_n = u_n + \alpha n + \beta$ حيث α و β عدنان حقيقيان .

1 عيّن α و β بحيث تكون المتتالية (v_n) متتالية هندسية يطلب حساب أساسها وحدّها الأول .

2 احسب كلا من u_n و v_n بدلالة n .

3 احسب المجموعين S_n و S'_n حيث :

$$S'_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n \quad \text{و} \quad S_n = v_0 + v_1 + \dots + v_n$$

4 أ- عيّن حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الإقليدية للعدد 3^n على 5 .

ب- عيّن قيم العدد الطبيعي n التي يكون من أجلها u_n مضاعفا للعدد 5 .

التمرين الثالث : (4 نقاط)

في الفضاء المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ ، نعتبر المستويين (P_1) و (P_2) حيث : $x + 2y - z - 2 = 0$ معادلة للمستوي (P_1)

$$(P_2) \text{ تمثّل وسيطاً للمستوي } \begin{cases} x = 1 + 2\alpha + \beta \\ y = 1 + \alpha \\ z = 5 + \alpha + \beta \end{cases} ; (\alpha; \beta) \in \mathbb{R}^2 \text{ و}$$

- 1 اكتب معادلة للمستوي (P_2) .
- 2 عيّن شعاعاً ناظماً \vec{n}_1 للمستوي (P_1) وشعاعاً ناظماً \vec{n}_2 للمستوي (P_2) .
- 3 بيّن أن المستويين (P_1) و (P_2) متعامدان .
- 4 أ- $A(3; 1; 1)$ نقطة من الفضاء . احسب المسافة d_1 بين النقطة A والمستوي (P_1) ثم المسافة d_2 بين النقطة A والمستوي (P_2) .
- ب- استنتج المسافة d_3 بين النقطة A والمستقيم (Δ) تقاطع المستويين (P_1) و (P_2)
- 5 أ- عيّن تمثيلاً وسيطاً للمستقيم (Δ) بدلالة الوسيط الحقيقي λ .
- ب- M نقطة كينية من (Δ) . احسب AM^2 بدلالة λ مستنتجاً ثانية المسافة بين النقطة A والمستقيم (Δ) .

التمرين الرابع : (7 نقاط)

نعرّف الدالة العددية المعرفة على $]-1; +\infty[$ كما يلي : $f(x) = x - \frac{2}{\sqrt{x+1}}$

نسمي (C_f) المنحني الممثل للدالة f في مستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

- 1 ادرس تغيّرات الدالة f .
- 2 أ- بيّن أن (C_f) يقبل مستقيمين مقاربين أحدهما (D) معادلته $y = x$.
- ب- ادرس الوضعية النسبية للمنحني (C_f) والمستقيم (D) .
- 3 أ- بيّن أن المنحني (C_f) يقطع محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها x_0 حيث $1.3 < x_0 < 1.4$.
- ب- عيّن معادلة (Δ) مماس للمنحني (C_f) عند نقطة تقاطعه مع محور الترتيب .
- ج- ارسم (Δ) و (C_f) في نفس المعلم .

- 4 أوجد الدالة الأصلية للدالة f والتي تنعدم من أجل القيمة 0 للمتغير x
- 5 الدالة العددية المعرفة على المجال $]-1; +\infty[$ بالعلاقة $g(x) = |f(x)|$ منحنى الدالة g في المعلم السابق .
- بيّن كيف يمكن إنشاء (C_g) انطلاقاً من (C_f) ، ثم ارسمه في نفس المعلم السابق .
- 6 ناقش بيانياً حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة ذات المجهول $x : g(x) = m^2$

≡