سلسلة استعد للبكالوريا رقم (03)

المستوى : ثالثة ثانوي — السنة الدراسية :2009/2008

الشعبــــة :علوم تجريبية + رياضيات
و تقني رياضي

إعداد الأستاذ
حليلات عمار

• المحور : الدوال الأسية و المعادلات التفاضلية •

الدالة الأسية النيبيرية

التمرين (01) حل في $\mathbb{R}$ المعادلات التالية:

1) $e^{2x}=1$ ، 2) $e^{-5x}=\frac{1}{e}$ ، 3) $e^{x+3}=e^{\frac{4}{x}}$

4) $e^{2x+1}-(e^x)^3=0$. ، 5/ $e^x+2e^{-x}-3=0$ ، 6/ $e^x+3e^{-x}-4=0$

7) $6e^{-3x}+e^{-x}-13e^{-2x}+2=0$ ، $e^{3x}+3e^{2x}-e^x-3=0$

التمرين (02) حل في $\mathbb{R}$ المتراجحات التالية:

1) $e^{3x}\leq 1$ ، 2) $e^{2x^2}\leq e^{5x+3}$ ، 3) $e^{x+1}>e^{-\frac{2}{x}}$ ، 4) $e^{x^2}>\left(e^3\right)^4 e^{-x}$

5) $\left(e^x+3\right)\left(2-e^x\right)\geq 0$ ، 6) $2e^{2x}-5e^x+2\prec 0$

التمرين (03) عيّن مجموعة تعريف كل دالة من الدوال التالية :

1/ $f(x)=\frac{e^x+1}{e^x-1}$ ، 2/ $f(x)=e^x(x^2+x-3)$ ، 3/ $f(x)=\sqrt{e^x-1}$

4/ $f(x)=\frac{e^{2x}-1}{e^{2x}+1}$ ، 5/ $f(x)=\frac{e^x+1}{e^{2x}-e^x}$ ، 6/ $f(x)=\frac{1}{x-1}e^{\frac{1}{x}}$

التمرين (04) تحقق من صحة المساواة المعطاة من اجل كل x في كل حالة من الحالات التالية:

1/ $\frac{e^x}{2+e^x}=\frac{1}{2e^{-x}+1}$ ، 2/ $\frac{e^x-e^{-x}}{e^x+e^{-x}}=\frac{e^{2x}-1}{e^{2x}+1}$ ،

3/ $\left(e^x+e^{-x}\right)^2=\frac{e^{4x}+1}{e^{2x}}+2$ ، 4/ $\frac{e^x}{e^x-x}=\frac{1}{1-xe^{-x}}$

التمرين (05) نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـِ: $f(x)=\dfrac{e^x-1}{e^x+1}$

1.بين أن الدالة f فردية.

2.بين أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$ ، $f(2x)=\dfrac{2f(x)}{1+\left[f(x)\right]^2}$

التمرين (06) احسب النهايات التالية :

1) $\lim\limits_{x\to+\infty}(e^x-x)$ ، 2) $\lim\limits_{x\to+\infty}(e^{2x}-e^x+1)$ ، 3) $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{e^x}{x^3}$ ، 4) $\lim\limits_{x\to-\infty}x^2e^x$

5) $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{e^{2x}+1}{e^{2x}-1}$ ، 6) $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{e^{2x}+1}{e^{2x}-1}$ ، 7) $\lim\limits_{x\to+\infty}(1+x)e^{-x}$ ، 8) $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{e^{3x}-1}{x}$

9) $\lim\limits_{x\to-\infty}(x^2-x)e^{-x+1}$ ، 10) $\lim\limits_{x\to+\infty}(x^2-x)e^{-x+1}$ ، 11) $\lim\limits_{x\to1}\dfrac{e^{x-1}-x}{x-1}$

التمرين (07) f الدالة العددية للمتغير الحقيقي x المعرفـــــة بـــ:

$$f(x)=\frac{2e^x}{e^x-1}$$

وليكن C_f منحنيها البياني في المستوي المنسوب لمعلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1/ ادرس تغيرات الدالة f واثبت ان المنحني C_f يقبل ثلاث مستقيمات مقاربة.

2/ بيّن ان النقطة $A(0;1)$ مركز تناظر للمنحني C_f وارسم المنحني C_f .

3/ لتكن الدالة h المعرفة بـــــ: $h(x)=\dfrac{2e^x}{\left|e^x-1\right|}$ (γ') تمثيلها البياني

أ) اكتب $h(x)$ بدون رمز القيمة المطلقة.

ب)باستخدام المنحني C_f ، ارسم المنحني (γ').

جـــ) ناقش بيانيا تبعا لقيم الوسيط الحقيقي m عدد و إشارة حلــــول المعادلة ذات المجهول الحقيقي x : $(m-3)\left|e^x-1\right|=2e^x$

التمرين (08) f الدالة العددية للمتغير الحقيقي x المعرفـــــة بـــ:

$$f(x)=e^{2x}-2e^x$$

1) ادرس تغيرات الدالة f و الفروع اللانهائية للمنحني C_f الممثل للدالة f

2) عيّن إحداثيات نقط تقاطع المنحني C_f مع المحورين الإحداثيين.

3) اثبت أن المنحني C_f يقبل نقطة انعطاف ω يطلب تعيينها

4) ارسم المنحني C_f في معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

إعداد الأستاذ
حليلات عمار

التمرين (09) نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x)=x^2e^{-x}$

1)ادرس تغيرات الدالة f

2)ادرس الفروع اللانهائية للمنحني C_f الممثل للدالة f

3)ارسم المنحني C_f في معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

4) استنتج رسم المنحني (Γ) الممثل للدالة h حيث : $h(x)=x^2e^{-|x|}$

التمرين (10) نعتبر الدالة f المعرفة كما يلي : $f(x)=e^{-x}+\dfrac{1-x}{1+x}$

1) ادرس تغيرات الدالة f و الفروع اللانهائية للمنحني C_f الممثل للدالة f

2) ارسم المنحني C_f في معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

التمرين (11) f الدالة العددية للمتغير الحقيقي x المعرفـــة بـــ:

$$f(x)=x+\ln 4+\frac{2}{e^x+1}$$

وليكن C_f منحنيها البياني في المستوي المنسوب لمعلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) احسب النهايتين عند $-\infty$ و $+\infty$

2) احسب $f(-x)+f(x)$ من اجل كل قيم x من $\mathbb{R}$ وماذا تستنتج بالنسبة للنقطة $A(0;1+\ln 4)$

3) ادرس تغيرات الدالة f

4) تحقق انه من اجل كل قيم x من $\mathbb{R}$ فإن المعادلة $f(x)=m$ تقبل حلا وحيدا.

5) بيّن انه يمكن كتابة $f(x)$ على الشكل $f(x)=x+2+\ln 4-\dfrac{2e^x}{e^x+1}$

6)بيّن أن المنحني C_f يقبل مستقيمين مقاربين مائلين يطلب تعيينهما ثم ارسم المنحني C_f .

التمرين (12) نعتبر الدالة f المعرفة بـــ: $f(x)=\dfrac{3e^{2x}+1}{e^{2x}-1}$

وليكن C_f منحنيها البياني في المستوي المنسوب لمعلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) عيّن العددين الحقيقيين α و β بحيث من اجل كل عدد حقيقي x غير معدوم

$$f(x)=\alpha+\frac{\beta e^{2x}}{e^{2x}-1}$$

2) ادرس تغيرات الدالة f

3) بيّن أن النقطة $A(0;1)$ مركز تناظر للمنحني C_f ثم ارسم المنحني C_f

4) بيّن ان المنحني C_f يقبل مماسين ميل كل منهما -6 عند نقطتين من C_f يطلب تعيين هاتين النقطتين.

التمرين (13) ادرس تغيرات كل دالة من الدوال التالية و الفروع اللانهائية للمنحني الممثل لها ثم ارسم تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1/ $f(x)=\dfrac{e^x}{x-1}$ **2/** $f(x)=x+\dfrac{2}{e^x+1}$ **3/** $f(x)=(x+1)e^x$

4/ $f(x)=3-x-\dfrac{1}{e^x-2}$ **5/** $f(x)=2e^{2x}-4e^x$ **6/** $f(x)=(1+x)e^{-x}$

7/ $f(x)=(x^2-5x+7)e^x$ **8/** $f(x)=4xe^{-2x}$ **9/** $f(x)=(2x^2-3x)e^{-x+1}$

10/ $f(x)=\dfrac{e^{2x}-e^x+4}{e^x-1}$ **11/** $f(x)=xe^{\frac{1}{x}}$ **12/** $f(x)=(1-x)e^{1-x}$

التمرين (14) لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=\dfrac{e^x}{1+e^x}$

(C) هو التمثيل البياني للدالة f في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

1) ادرس تغيرات الدالة f.

2) بين أن النقطة $A\left(0;\dfrac{1}{2}\right)$ مركز تناظر للمنحني (C).

3) عين معادلة المماس T للمنحني (C) عند النقطة A .

4) لتكن الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $g(x)=\dfrac{1}{4}x+\dfrac{1}{2}-f(x)$

أ) بين أنه من أجل كل $x\in\mathbb{R}$: $g'(x)=\dfrac{(e^x-1)^2}{4(1+e^x)^2}$

ب) شكل جدول تغيرات الدالة g . ج) استنتج إشارة g على $\mathbb{R}$.

د) استنتج الوضعية النسبية للمنحني (C) و المستقيم T

5) ارسم T و (C).

التمرين (15) f دالة معرفة على المجال $[0;+\infty[$ بـ:

$$\begin{cases} f(x)=\dfrac{x^2+x+1}{x^2}.e^{-\frac{1}{x}} & x\succ 0 \\ f(0)=0 \end{cases}$$

(C) هو التمثيل البياني للدالة f في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

1) بيّن ان المستقيم (D): $y=1$ مستقيم مقارب للمنحني (C)

2) ادرس قابلية اشتقاق f عند 0

3) ادرس تغيرات f

4) ارسم المنحني (C)

إعداد الأستاذ: حليلات عمار

التمرين (16) 1/ بيّن أن الدالة : $x \to e^{x}$ هي مجموع دالة زوجية و دالة فردية

2/ نضع : $ch(x)=\dfrac{e^{x}+e^{-x}}{2}$ **(دالة تجب الزائدية)** ، (C) المنحني الممثل لها

$sh(x)=\dfrac{e^{x}-e^{-x}}{2}$ **(دالة الجيب الزائدية)** ، (C') المنحني الممثل لها

أ- ادرس شفعية ch و sh

ب- ادرس تغيرات كلا من ch و sh.

ج- ارسم في نفس المعلم المنحيين (C) و (C')

3/ بيّن أنه من أجل كل عددين حقيقين a و b يكون :

$$ch^{2}(a)-sh^{2}(a)=1 \qquad ch(a+b)=ch(a).ch(b)+sh(a).sh(b)$$

$$sh(a+b)=sh(a).ch(a)+sh(b).ch(b)$$

4/ استنتج : $ch(2a)$ و $sh(2a)$

التمرين (17) نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $f(x)=(ax^{2}+bx+c)e^{-x}$

حيث : $a\ ,b\ ,c$ أعداد حقيقية. (C_f) التمثيل البياني للدالة f في معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

1/ أحسب الدالة المشتقة للدالة f بدلالة $a\ ,b\ ,c$

2/ عين الأعداد الحقيقية $a\ ,b\ ,c$ إذا علمت أن (C_f) يشمل النقطة $A(0,1)$ ويقبل مماسا يوازي محور الفواصل في النقطة ذات الفاصلة 1 و $f'(0)=-6$

3/ فيما يلي نعتبر f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بالعبارة : $f(x)=(x^{2}-5x+1)e^{-x}$

أ) احسب $f(0)$

ب) ادرس تغيرات الدالة f وشكل جدول تغيراتها

ج) ارسم المنحني (C_f)

التمرين (18) : لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـــ: $f(x)=ae^{2x}+be^{x}+c$

حيث a ، b و c أعداد حقيقية. (C) هو التمثيل البياني للدالة في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

1) عين a ، b و c بحيث المنحني (C) يشمل النقطة O و الدالة المشتقة f' تنعدم من أجل $x=\ln\dfrac{3}{4}$

و المستقيم الذي معادلته $y=1$ مستقيم مقارب للمنحني (C).

2) نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـــ: $f(x)=2e^{2x}-3e^{x}+1$

أ)ادرس اتجاه تغير f و شكل جدول تغيراتها.

ب)حدد نقط تقاطع المنحني (C) مع حامل محور الفواصل.

ج) عين معادلة المماس للمنحني (C) عند النقطة التي فاصلتها0.

د) ادرس الفروع اللانهائية للمنحني (C). هـــ) ارسم (C).

إعداد الأستاذ:
حليلات عمار

المعادلات التفاضلية

التمرين (19) : عيّن الحل العام للمعادلات التفاضلية الآتية :

أ) $y'=2y$ ، ب) $2y'-y=0$ ، ج) $y'+3y=2$ ، د) $3y'-2y+1=0$

التمرين (20) **:** عيّن الحل f للمعادلات التفاضلية المقترحة والمرفقة بشرط ابتدائي :

أ) $2y'+y=0$ و $f(\ln 4)=1$ ، ب) $y'-3y=0$ و $f(0)=1$

ج) $2y'+y=1$ و $f(-1)=2$

في الحالة الأخيرة ج) . ادرس تغيرات الدالة f ثم ارسم في معلم متعامد ومتجانس تمثيلها البياني .

التمرين (21): نعتبر الدالة m المعرفة على $]0;+\infty[$ التي ترفق بالعدد t ، العدد $m(t)$ حيث $m(t)$ هي كتلة الملح بالغرام المحتواة في محلول ملحي (ماء +ملح) عند اللحظة t بالدقائق نقبل أن الدالة m هي حل للمعادلة التفاضلية : $(E):5y'+y=0$ و أن الشرط الابتدائي هو : $m(0)=300$

1. حل المعادلة (E)
2. عيّن العدد t_0 بحيث يكون : $m(t_0)=150$
3. نقبل انه لا يمكن الكشف عن وجود الملح خلال اللحظة t إلا إذا كان $m(t)\le 10^{-2}$
   - ابتداء من أية لحظة يكون ممكنا الكشف عن وجود الملح ؟

التمرين (22): نعتبر المعادلة التفاضلية (1) : $y'-2y=2x+1$

1. أوجد دالة f تآلفية تكون حلا للمعادلة التفاضلية (1).
2. بوضع : $y=z+f$ ، بيّن أنه إذا كان y حل للمعادلة التفاضلية (1) فإن z حل للمعادلة التفاضلية : $z'-2z=0...(2)$
3. حل عندئذ المعادلة التفاضلية (2) ثم أستنتج الحل العام للمعادلة التفاضلية (1)

التمرين (23): نعتبر المعادلة التفاضلية (1) : $y'+2y=3e^{-3x}$

1. بوضع : $y=z-3e^{-3x}$ ، أوجد المعادلة التفاضلية (2) التي تحققها الدالة z
2. حل المعادلة التفاضلية (2) ثم أستنتج حل المعادلة التفاضلية (1)
3. عيّن الحل f للمعادلة (1) بحيث : $f(0)=\frac{3}{2}$
4. تحقق أن الدالة f تكتب على الشكل : $f(x)=3e^{-2x}\left(\frac{3}{2}-e^{-x}\right)$
5. ادرس تغيرات الدالة f
6. عيّن إحداثيات نقط تقاطع المنحني (C_f) مع محوري الإحداثيات.
7. احسب $f(1)$ ثم ارسم المنحني (C_f)

إعداد الأستاذ:
حليلات عمار

{ التدريب على حل مسائل (دراسة دوال) - الجزء الثالث }

مسألة (01) **I**) نعتبر f الدالة العددية للمتغير الحقيقي x المعرفة على المجال $]-2;+\infty[$ كما يأتي
$f(x)=(ax+b)e^{-x}+1$ حيث : a و b عددان حقيقيان

(C_f) المنحني الممثل للدالة f في معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ وحدة الطول $1\,cm$.

عيّن قيمتي a و b بحيث تكون النقطة $A(-1;1)$ تنتمي إلى (C_f) و معامل توجيه المماس عند A يساوي $(-e)$.

II) نعتبر الدالة العددية g للمتغير الحقيقي x المعرفة على المجال $]-2;+\infty[$ كما يلي :
$g(x)=(-x-1)e^{-x}+1$ ، (C_g) تمثيلها البياني في نفس المعلم السابق

أ) بيّن أن $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)=1$ و فسّر هذه النتيجة بيانيا .(نذكر أن $\lim\limits_{u\to-\infty} ue^{u}=0$)

ب) ادرس تغيرات الدالة g ، ثم أنشئ جدول تغيراتها .

ج) بيّن ان المنحنى (C_g) يقبل نقطة إنعطاف I يطلب تعيين احداثييها .

د) اكتب معادلة المماس للمنحني (C_g) عند النقطة I . هـ) ارسم (C_g) .

III) لتكن k الدالة المعرفة على المجال $]-2;+\infty[$ كما يأتي : $k(x)=g(x^2)$

– باستعمال مشتقة دالة مركبة ، عيّن اتجاه تغير الدالة k ثم شكل جدول تغيراتها .

مسألة (02) **I**) f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بالعبارة : $f(x)=x-1+\dfrac{4}{e^{x}+1}$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

1– ادرس تغيرات الدالة f .

2 – أ) بيّن أن (C_f) يقبل نقطة إنعطاف ω و أكتب معادلة لمماس (C_f) عند النقطة ω

ب) أثبت أن ω مركز تناظر للمنحني (C_f).

3 – أ) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty}[f(x)-(x-1)]$ و $\lim\limits_{x\to-\infty}[f(x)-(x+3)]$.

ب) استنتج أن (C_f) يقبل مستقيمين مقاربين يطلب إعطاء معادلة لكل منهما

4– أ) بيّن أن (C_f) يقطع محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها x_0 من المجال $]-2,77;-2,76[$

ب) احسب $f(1)$ و $f(-1)$ (تدور النتائج إلى 10^{-2}) ثم ارسم (C_f) ومستقيميه المقاربين.

II) g الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بالعبارة : $g(x)=-x+3-\dfrac{4}{e^{x}+1}$. (C_g)منحني الدالة g

1–بيّن أنه من أجل كل عدد حقيقي x فإن : $g(x)=f(-x)$

– استنتج أنه يوجد تحويل نقطي بسيط يحول (C_f) إلى (C_g)

2– أنشئ في نفس المعلم السابق (C_g) (دون دراسة g)

إعداد الأستاذ:
حليلات عمار

مسألة (03) I - g الدالة العددية للمتغير الحقيقي x المعرفـــــة بـــ:

$$g(x)=-1-xe^{x}$$

1) ادرس تغيرات الدالة g . 2) استنتج إشارة $g(x)$

II - f الدالة العددية للمتغير الحقيقي x حيث : $f(x)=-x+(1-x)e^{x}$

وليكن (γ) منحنيها البياني في المستوي المنسوب لمعلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

3) ادرس تغيرات الدالة f و طبيعة الفروع اللانهائية للمنحني (γ)

4) اكتب معادلة المماس (Δ) للمنحني (γ) عند النقطة التي فاصلتها 0

5) اثبت أن للمنحني (γ) نقطة انعطاف يطلب إيجاد إحداثييها.

6) بيّن انه يوجد عدد حقيقي x_0 ينتمي إلى المجال $\left]\frac{1}{2};\frac{2}{3}\right[$ حيث : $f(x_0)=0$

7) ارسم (Δ) و (γ).

مسألة (04) لتكن الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـــالعبارة:

$$f(x)=-x+1+e^{2x}-e^{x}$$

(C)هو التمثيل البياني للدالة f في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

1) ادرس تغيرات الدالة f

2) ادرس الفروع اللانهائية للمنحني (C) وبيّن انه يقبل مستقيما مقاربا (Δ) يطلب إعطاء معادلته.

3) ادرس الوضعية النسبية للمنحني (C) و (Δ) .

4) أ- x_0 عدد حقيقي ، نعتبر (T) المماس للمنحني (C) في النقطة ذات الفاصلة x_0.

عيّن x_0 حتى يكون (T) موازيا لـــ (Δ) ، اكتب عندئذ معادلة لـــ (T).

ب- بيّن ان المنحني (C) يقبل نقطة انعطاف يطلب تعيين احداثييها.

ج- ارسم (T) و (C) في نفس المعلم .

5) ناقش بيانيا ، حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد نقط تقاطع المنحني (C) مع المستقيم الذي معادلته (T_m) الذي معادلته : $y=-x+m$

مسألة (05) ليكن $C(t)$ التركيز بـــ (mg/ℓ) لدواء في الدم بدلالة الزمن $(t\succ 0)$ حيث t معبرا عنه بالساعات .سرعة تخلص الجسم من هذا الدواء متناسبة مع كمية الدواء الباقية في الدم في تلك اللحظة ، ثابت التخلص يساوي 0.25 ، التركيز الابتدائي هو $5mg/\ell$.

1) برر المساواة : $C'(t)=-025C(t)$ ثم اوجد عبارة $C(t)$

2) ادرس تغيرات C ثم ارسم بيان الدالة C

3) أعط حصرا بتقريب 0.01 للحظة t_0 التي ابتداء منها يكون $C(t)\prec 2$

مسألة (06) I) g دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـــ $g(x)=x+1+e^{x}$

1. ادرس تغيرات الدالة g.
2. اثبت أن المنحني الممثل لها (C) يقبل مستقيما مقاربا مائلا يطلب إعطاء معادلته.
3. بيّن أن للمعادلة : $g(x)=0$ حلا وحيدا α في المجال $]-1.3;-1.2[$
4. استنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.
5. أنشئ في معلم متعامد التمثيل البياني للدالة g.

II) لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـــ: $f(x)=\dfrac{xe^{x}}{e^{x}+1}$

(γ) التمثيل البياني للدالة f في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

1) بيّن ان : $f'(x)=\dfrac{e^{x}.g(x)}{(e^{x}+1)^{2}}$ ثم استنتج تغيرات f
2) بيّن أن : $f(\alpha)=\alpha+1$ ثم استنتج حصرا لـــــــ : $f(\alpha)$
3) عيّن معادلة المماس (D) للمنحني (γ) عند النقطة ذات الفاصلة 0. ثم ادرس وضعية المنحني (γ) بالنسبة للمستقيم (D).
4) بيّن أن المستقيم (Δ) الذي معادلته : $y=x$ مقارب مائل للمنحني (γ) في جوار $+\infty$
5) ادرس وضعية المنحني (γ) بالنسبة للمستقيم (Δ).

ارسم (Δ) و (D) و (γ)

مسألة (07) I) نعتبر الدالة العددية g المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $g(x)=e^{-x}+x-1$

1) ادرس تغيرات الدالة g .
2) احسب $g(0)$ ثم استنتج أن : $e^{-x}+x\geq 1$ لكل $x\in\mathbb{R}$

II) لتكن الدالة f المعرفة كما يلي : $f(x)=\dfrac{x}{x+e^{-x}}$

(C_f) التمثيل البياني للدالة f في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

1) عيّن مجموعة تعريف الدالة f
1) بيّن أن : $f(x)=\dfrac{1}{1+\dfrac{1}{xe^{x}}}$ لكل $x\in\mathbb{R}^{*}$.
2) بيّن ان : $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)=0$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=1$ ثم فسّر هندسيا النتيجة.
3) ادرس تغيرات الدالة f
4) أ) اكتب معادلة المماس (Δ) للمنحني (C_f) في النقطة O .
ب) ادرس الوضع النسبي للمنحني (C_f) و المماس (Δ).
جـــ) أنشئ (Δ) و (C_f) .

مسألة (08) لتكن f الدالة العددية للمتغير الحقيقي x المعرفة كما يلي :

$$f(x) = 1 - \frac{1}{2}x - \frac{2}{e^{x}+1}$$

و (C) هو المنحني الممثل للدالة f في معلم متعامد ومتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$.

1) أ – تحقق من أن : $\frac{1}{e^{-x}+1} = 1 - \frac{1}{e^{x}+1}$ لكل x من $\mathbb{R}$

ب – استنتج أن f فردية

2) احسب : $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$.

3) أ– بين أن : $f'(x) = -\frac{1}{2}\left(\frac{e^{x}-1}{e^{x}+1}\right)^{2}$ لكل x من $\mathbb{R}$

ب– أعط جدول تغيرات الدالة f على $\mathbb{R}^{+}$

ج – استنتج ان : $1 - \frac{2}{e^{x}+1} \leq \frac{1}{2}x$ لكل x من $\mathbb{R}$.

4) بيّن ان : $\lim\limits_{x \to +\infty}\left[f(x) - \left(1 - \frac{1}{2}x\right)\right] = 0$ ثم فسّر النتيجة هندسيا

5) أنشئ في المعلم $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$ المستقيم الذي معادلته : $y = 1 - \frac{1}{2}x$ ثم أنشئ المنحني (C)

مسألة (09) I) لتكن g الدالة العددية للمتغير الحقيقي x المعرفة كما يلي :

$$g(x) = 1 - xe^{1-x}$$

1) ادرس تغيرات الدالة g.

2) استنتج إشارة $g(x)$

II) f الدالة العددية للمتغير الحقيقي x المعرفة كما يلي : $f(x) = x + (x+1)e^{1-x}$

(C_f) هو المنحني الممثل للدالة f في معلم متعامد ومتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$.

1) احسب : $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$.

2) ادرس تغيرات الدالة f

3) أ) بيّن أن : $\lim\limits_{x \to +\infty}(x+1)e^{1-x} = 0$

ب) ادرس الفروع اللانهائية للمنحني (C_f)

4) بيّن أن المنحني (C_f) يقبل مماسا (Δ) معامل توجيهه 1.اكتب معادلة هذا المماس.

5) اثبت أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا في المجال $\left]-1;\frac{-1}{2}\right[$.

6) ارسم المماس (Δ) و المنحني (C_f) .

7) ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة : $(x+1)e^{1-x} = m$

مسألة (10) الجزء الأول : تحديد حل المعادلة التفاضلية : $g' - 2g = xe^{x}$ ....(1)

1- حل المعادلة التفاضلية :

$y' - 2y = 0$.....(2) حيث y دالة قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$

2- ليكن a و b عددين حقيقيين و μ الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$:

$$\mu(x) = (ax + b)e^{x}$$

أ) حدد a و b حتى يكون μ حلا للمعادلة (1)

ب) برهن أن الدالة v تكون حلا للمعادلة (2) إذا وفقط إذا كان $\mu + v$ حلا للمعادلة (1)

ج) استنتج مجموعة حلول المعادلة (1).

د) حدد الحل للمعادلة (1) والذي ينعدم عند القيمة 0.

الجزء الثاني : دراسة دالة مساعدة:

لتكن g الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $g(x) = 2e^{x} - x - 2$

1) ادرس تغيرات الدالة g

2) حدد عدد حلول المعادلة : $g(x) = 0$. نسمي α الحل غير المعدوم تحقق أن :

$$-1.6 \prec \alpha \prec -1.5$$

3) حدد إشارة $g(x)$ تبعا لقيم x

الجزء الثالث: دراسة الدالة f : $f(x) = e^{2x} - (x+1)e^{x}$

1) حدد نهاية f عند $-\infty$ و عند $+\infty$

2) ادرس تغيرات الدالة f

3) بيّن أن : $f(\alpha) = \dfrac{\alpha^{2} + 2\alpha}{4}$ ثم استنتج حصرا للعدد $f(\alpha)$

4) ارسم المنحني البياني (γ) للدالة f في مستوي منسوب لمعلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

(خذ الوحدة : $2cm$)

مسألة (11) الجزء الأول لتكن f الدالة المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ كما يلي :

$$f(x) = (20x + 10)e^{-\frac{1}{2}x}$$

(C_f) هو المنحني الممثل للدالة f في معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

1) ادرس نهاية الدالة f عند $+\infty$.

2) ادرس تغيرات f وشكل جدول تغيراتها.

3) بيّن أن المعادلة $f(x) = 10$ تقبل حلا وحيدا α في المجال $]0;+\infty[$. أعط قيمة مقربة إلى 10^{-3} للعدد α .

5) ارسم المنحني (C_f).

إعداد الأستاذ:
حليلات عمار

الجزء الثاني : نضع $y(t)$ قيمة درجة حرارة تفاعل كيميائي ، مقدرة بالدرجات سيلسيوس، عند اللحظة t ، مقدرة بالساعات. القيمة الابتدائية عند اللحظة $t=0$ هي $y(0)=10$.

نقبل بأن الدالة التي ترفق بكل عدد حقيقي t من المجال $[0;+\infty[$ العدد $y(t)$ هي حل للمعادلة التفاضلية : $y'+\frac{1}{2}y=20e^{-\frac{1}{2}t}$ ....(1)

1)تحقق من ان الدالة f المدروسة في الجزء الأول حل للمعادلة التفاضلية (1)على المجال $[0;+\infty[$

2) نقترح فيما يلي : البرهان أن الدالة f هي الحل الوحيد للمعادلة التفاضلية (1)على المجال $[0;+\infty[$ التي تأخذ القيمة 10 عند اللحظة 0.

أ) ليكن g حلا كيفيا للمعادلة التفاضلية (1) على المجال $[0;+\infty[$ بحيث : $g(0)=10$.

بيّن أن الدالة $g-f$ حل للمعادلة التفاضلية: $y'+\frac{1}{2}y=0$........(2)

ب) حل المعادلة التفاضلية (2).

جـ) ماذا تستنتج ؟

3) ما هو الوقت اللازم حتى تنزل درجة الحرارة إلى قيمتها الابتدائية ؟ تدور النتيجة إلى الدقيقة.

مسألة (12) **الجزء الأول:** نعتبر الدالة f للمتغير الحقيقي x المعرفة بـــ : $f(x)=e^{x}-3x-1$

(C_f) هو المنحني الممثل للدالة f في معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

1-ادرس تغيرات الدالة f .

2-بيّن أن (C_f) يقطع محور الفواصل في نقطتين : $M(\alpha;0)$ و $O(0;0)$ حيث: $\alpha\in\left]\frac{5}{4};2\right[$

3-أثبت أن (C_f) يقبل مستقيم مقارب مائل (D) وحدد وضعيته بالنسبة للمنحني (C_f).

4-بيّن أن (C_f) لا يقبل مقارب مائل بجوار $+\infty$ ، حدد طبيعة هذا الفرع اللانهائي ،ارسم (C_f)

الجزء الثاني : نعتبر الدالة g للمتغير الحقيقي x المعرفة بـــ : $g(x)=e^{x}-\frac{3}{2}x^{2}-x+1$

(C_g) هو المنحني الممثل للدالة g في معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

1-تأكد من أنه لكل $x\in\mathbb{R}$: $g'(x)=f(x)$

2-استنتج تغيرات الدالة g

3-باستعمال مبرهنة القيم المتوسطة . برهن أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا في المجال $\left]-\frac{3}{2};-1\right[$. 4- ادرس الفروع اللانهائية للمنحني (C_g)

4-بيّن ان المنحني (C_g) يقبل نقطة انعطاف ω يطلب تعيين احداثييها. أرسم (C_g)

إعداد الأستاذ:
حليلات عمار

مسألة (13) الجزء الأول : لتكن الدالة العددية f للمتغير الحقيقي x المعرفة كما يلي :

$$f(x)=\frac{(x-2)^2}{x^2-1}$$

ليكن (C_f) هو المنحني الممثل للدالة f في معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1- ادرس تغيرات الدالة f و اكتب معادلات المستقيمات المقاربة للمنحني (C_f)

2- عيّن إحداثيات نقط تقاطع (C_f) مع المحورين الإحداثيين .

3- ادرس وضعية المنحني (C_f) بالنسبة للمستقيم المقارب الأفقي وحدد نقطة تقاطعهما A.

4- اكتب معادلة المماس للمنحني (C_f) عند النقطة A

5- ارسم المماس والمنحني (C_f)

الجزء الثاني : نعتبر الدالة g المعرفة كما يلي : $g(x)=\dfrac{(e^x-2)^2}{(e^x-1)(e^x+1)}$

(C_g) هو المنحني الممثل للدالة g في معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

1- عيّن مجموعة تعريف الدالة g

2- بيّن أن : $g'(x)=e^x.f'(e^x)$

3- استنتج تغيرات الدالة g.

4- بيّن أن النقطة $\omega\left(0;-\dfrac{3}{2}\right)$ مركز تناظر للمنحني (C_g).

5- ارسم المنحني (C_g)

6- ناقش حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة: $(1-m)e^{2x}-4e^x+4+m=0$

مسألة (14) I) نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بــالعبارة : $f(x)=x+\dfrac{e^x}{e^x+1}$

ليكن (C_f) هو المنحني الممثل للدالة f في معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1/ ادرس تغيرات الدالة f وشكل جدول تغيراتها.

2/ برهن أن المنحني (C_f) يقبل مستقيم مقارب مائل (D_1) في جوار $-\infty$ يطلب تعيين معادلته .

3/ أثبت ان المستقيم (D_2) الذي معادلته : $y=x+1$ مقارب مائل للمنحني (C_f) في جوار $+\infty$

4/ برهن ان المنحني (C_f) يقع في شريط حداه المستقيمان (D_1) و (D_2)

5/ برهن ان المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α بحيث : $-1\prec\alpha\prec 0$

6/لتكن النقطة ω تقاطع المنحني (C_f) مع حامل محور التراتيب ، برهن أن النقطة ω مركز تناظر للمنحني (C_f)

7/ بين أنه توجد نقطة من (C_f) يكون عندها ميل المماس يساوي $\dfrac{5}{4}$

8/ أنشئ المستقيمين (D_1) و (D_2) و المنحني (C_f)

II-1/ انطلاقا من المنحني (C_f) أشرح كيف نحصل على المنحنيين (C_g) و (C_h) حيث :

$g(x)=f(|x|)$ و $h(x)=f(x)+1$

2/ ارسم عندئذ المنحنيين (C_g) و (C_h) .

مسألة (15) نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $[0;+\infty[$ كما يلي :

$$f(x)=(x-1)(2-e^{-x})$$

ليكن (C_f) هو المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1- احسب النهاية : $\lim_{x\to+\infty} f(x)$.

2- بين ان المستقيم (D) الذي معادلته : $y=2x-2$ مقارب مائل للمنحنى (C_f)

3- ادرس الوضعية النسبية للمنحنى (C_f) و المستقيم (D).

4- أ) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0;+\infty[$:

$$f'(x)=xe^{-x}+2(1-e^{-x})$$

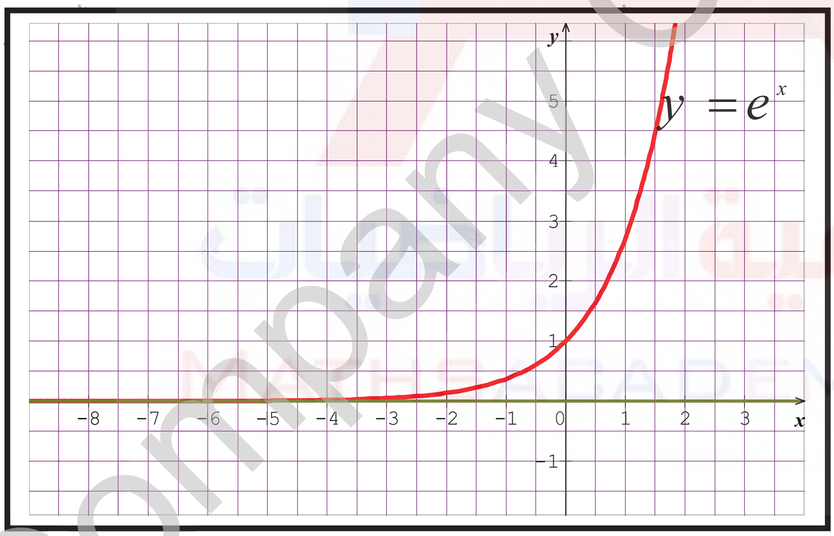
ب) أثبت انه من اجل كل عدد حقيقي x و $x\succ 0$ أنه $f'(x)\succ 0$

5- ادرس قابلية اشتقاق الدالة f عند القيمة 0 وفسر النتيجة بيانيا .

6- شكل جدول تغيرات الدالة f .

7- ارسم المستقيم (D) و المنحنى (C_f)

8- عيّن النقطة A من (C_f) التي يكون عندها المماس موازيا للمستقيم (D).



الهدية

يقول الشاعر أبو القاسم الشابي:

إذا ما طمحت إلى غاية — لبست المنى وخلعت الحذر

ولم أتخوف وعور الشعاب — ولا كبة اللهب المستعر

ومن لا يحب صعود الجبال — يعش أبد الدهر بين الحفر

يقول الإمام الشافعي رحمه الله :

أخي لن تنال العلم إلا بستة — سأنبيك عنها مخبر إبيان

ذكاء وحرص وإصطبار وبلغة — وصحبة أستاذ وطول زمان

إعداد الأستاذ: حليلات عمار